

**Автономная некоммерческая общеобразовательная организация
«Физтех-лицей» имени П.Л. Капицы
(АНОО «Физтех-лицей» им. П.Л. Капицы)**

УТВЕРЖДАЮ

Директор АНОО «Физтех-лицей» им. П.Л. Капицы

Машкова М.Г.

02 сентября 2019 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ПО ГЕОМЕТРИИ

10-11 класс

(государственный образовательный стандарт 2004 года)

Составители:

Кафедра математики

Вишняков В.П. Вальс
Морев К.В. Морев
Габришова О.С. Габришова
Надывабко С.И. Надывабко
Гроздева О.Н. Гроздева

2019-2020

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа учебного курса геометрии для 10-11 классов составлена в соответствии с:

- Федеральным компонентом Государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике (профильный уровень) (приказ Министерства образования и науки РФ от 5 марта 2004 г. N 1089);
- Программами для классов с углубленным изучением математики. (Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев . Математика 5- 11кл. /Сост. Г.М.Кузнецова , Н.Г.Миндюк - М.: Дрофа,2002)
- Авторской программой курса геометрии для классов с углубленным и профильным изучением математики Е.В. Потоскуева, Л.И. Звавича (Геометрия 10—11 кл. Профильный уровень : программа УМК Е. В. Потоскуева, Л. И. Звавича для общеобразовательных учреждений

/Е. В. Потоскуев. — М.: Дрофа , 2017)

Программа конкретизирует содержание тем образовательного стандарта и дает примерное распределение учебных часов по разделам курса. Планирование учебного материала рассчитано на

102 часа (3 часа в неделю) – 10 класс,

99 часов (3 часа в неделю) -11 класс.

Учебно-методический комплект (УМК), состоящий из учебников и задачников предназначен для обучения геометрии (стереометрии) учащихся 10-11 классов с углубленным и профильным изучением математики. Изучение программного материала рассчитано на 3 часа в неделю в каждом классе.

В основе концепции предлагаемого курса стереометрии лежат идеи дальнейшего формирования и развития конструктивно – пространственного воображения, а также таких качеств учащихся, как интеллектуальная восприимчивость к новой информации, гибкость и независимость логического мышления. Этот курс является самодостаточным, и дает возможность учащимся подготовиться к итоговой аттестации.

В соответствии с особенностями лица, отраженных в основной образовательной программе основного общего образования предмет математика является предметом, по которому осуществляется дополнительная (углубленная) подготовка обучающихся. На уровне основного общего образования углубление происходит за счет включения в содержания и планируемые предметные результаты материала из разделов **знать/понимать и уметь**. Этот материал является обязательным для предъявления всем

обучающимся и выносятся на промежуточную аттестацию в рамках внутренней системы оценки качества образования.

Требования к уровню подготовки учащихся

за курс геометрии 10-11 классы

В результате изучения геометрии на профильном и углубленном уровне ученик должен

знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики.

уметь:

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- приводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, и их простейших комбинаций;

- строить сечения многогранников, применяя различные методы;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- изображать сечения тел вращения;
- решать познавательные задачи путем комплексного применения известных им способов решения;
- создавать ситуации самопроверки, анализа личных познавательных и практических действий;
- находить несколько вариантов возможного решения задачи (проблемы);

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Раздел 2.

Содержание учебного предмета.

10 класс

Введение в стереометрию (8ч)

Предмет стереометрии. Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, пирамида. Призма, сфера, шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей: через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- содержание введенных аксиом стереометрии;
- сущность метода «от противного» при доказательстве теорем;
- способы задания плоскости в пространстве;

уметь:

- доказывать изученные теоремы;
- на моделях и изображениях многогранников «видеть» параллельные прямые;
- строить изображение куба, правильного тетраэдра, параллелепипеда, призмы, пирамиды и выполнять дополнительные построения на этих изображениях;
- строить точки пересечения прямой и плоскости, «проводить» прямые пересечения двух плоскостей;
- строить плоские сечения многогранников на основании систем аксиом, аргументированно объясняя каждый шаг построения;
- корректно обосновывать утверждения, возникающие при решении задач и доказательстве теорем.

Прямые в пространстве (8 ч)

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых. Свойства параллельных прямых в пространстве, одна из

которых пересекает плоскость. Признак параллельности прямых. Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов с сонаправленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- для взаимного расположения двух прямых в пространстве возможен один и только один из трех случаев: либо они пересекаются, либо параллельны. Либо скрещиваются;
- признак скрещивающихся прямых;
- доказательство, что данные прямые скрещиваются, осуществляется на основании не определения, а признака скрещивающихся прямых;
- через точку пространства, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную данной и притом только одну;
- если одна из двух параллельных прямых лежит в данной плоскости, то другая параллельная ей прямая, не может эту плоскость пересекать;
- из двух пересекающихся прямых только одна может быть параллельна данной прямой;
- если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны;
- из двух скрещивающихся прямых только одна может быть параллельна данной прямой;
- на «плоском» чертеже две скрещивающиеся прямые изображаются либо пересекающимися, либо параллельными прямыми, либо прямой и точкой, не принадлежащей этой прямой;

уметь:

- на моделях, изображениях тетраэдра, куба и других многогранников:
 - а) интуитивно «видеть» различные пары прямых и с помощью признаков определять их взаимное расположение;
 - б) видеть, правильно строить, изображать углы между пересекающимися и скрещивающимися прямыми, затем находить их величину, сопровождая каждый шаг построения и вычисления корректной аргументацией;
 - в) строить (изображать) перпендикуляр из данной точки на данную прямую и находить его длину, аргументированно обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

Прямая и плоскость в пространстве (27ч)

Параллельные прямая и плоскость

Определение и признак параллельности прямой и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен **знать/понимать:**

- определение параллельности прямой и плоскости;
- при решении стереометрических задач обоснование параллельности прямой и плоскости реализуется с помощью признаков их параллельности;
- признак параллельности прямой и плоскости;
- плоскость и не лежащая в ней прямая, параллельны некоторой плоскости, параллельны;
- если плоскость проходит через прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то прямая пересечения этих плоскостей параллельна данной прямой;
- если через каждую из двух параллельных прямых проведена плоскость, причем эти плоскости пересекаются, то прямая их пересечения параллельна каждой из данных прямых;
- если прямая параллельна каждой из двух пересекающихся плоскостей, то она параллельна их линии пересечения;
- для любых двух скрещивающихся прямых существует единственная пара параллельных плоскостей, проходящих соответственно через эти прямые;
- в сечении правильной четырехугольной пирамиды плоскостью. Проходящей через стороны ее основания, получается трапеция, и пользоваться этим фактом далее при решении аналогичных задач;

уметь:

- доказывать параллельность прямой и плоскости, пользуясь признаками этой параллельности;

- решать задачи на доказательство и вычисление, в которых используется параллельность прямых и плоскостей, аргументированно обосновывая каждый шаг построения и вычисления;
- строить на рисунке:
 - а) прямые, параллельные данной прямой и данной плоскости;
 - б) прямую пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой;
 - в) сечение многогранника плоскостью, проходящей через прямую, параллельную какой-либо грани этого многогранника; определять форму сечения. Вычислять его площадь, периметр, сопровождая каждый шаг построения и вычисления аргументацией.

Перпендикулярные прямая и плоскость

Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теорема о трех перпендикулярах (прямая и обратная).

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен **знать/понимать:**

- определение прямой, перпендикулярной данной плоскости;
- признак перпендикулярности прямой и плоскости;
- теоремы о трех перпендикулярах;
- теоремы о длинах перпендикуляра и наклонных;
- диагональ куба перпендикулярна плоскости, проходящей через концы трех ребер, исходящих из той же вершины, что и диагональ;
- скрещивающиеся ребра правильного тетраэдра попарно взаимно перпендикулярны;
- отрезки, соединяющие середины пар скрещивающихся ребер правильного тетраэдра, являются их общими серединными перпендикулярами;

уметь:

- осуществлять на рисунке (чертеже) построение:
 - а) плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данной прямой;

- б) прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данной плоскости;
- проводить взаимно перпендикулярные прямые и плоскости на изображениях куба, правильного тетраэдра, правильной пирамиды, прямоугольного параллелепипеда;
- решать задачи на доказательство, построение и вычисление с использованием:
 - а) признака перпендикулярности прямой и плоскости;
 - б) теорем о трех перпендикулярах, сопровождая каждый шаг построения и вычисления корректной аргументацией;
- решать задачи на свойства перпендикулярных прямых и плоскостей;
- находить расстояние в кубе, правильном тетраэдре, правильной пирамиде;
- строить сечение куба, правильного тетраэдра, правильной пирамиды, находить площади этих сечений, аргументированно обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

Угол между прямой и плоскостью

Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения. Параллельное проектирование. Простое отношение трех коллинеарных точек. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определение угла между прямой и плоскостью;
- основные свойства (инварианты) параллельного проектирования;
- при параллельном проектировании изображаются: любой треугольник – треугольником любой формы; параллелограмм, прямоугольник, ромб – параллелограммом; трапеция – трапецией. Окружность – эллипсом;
- свойства ромба (прямоугольника, квадрата, трапеции) инвариантные при параллельном проектировании;
- вершина правильной пирамиды на ее изображении ортогонально проектируется в центр основания пирамиды;
- при построении сечения многогранника на рисунке фактически строится изображение сечения многогранника на его изображении в параллельной проекции;

уметь:

- верно и наглядно строить изображение правильной четырехугольной пирамиды; правильной треугольной пирамиды, правильного тетраэдра, куба, параллелепипеда;
- правильно и наглядно «строить» угол между прямой и плоскостью и решать задачи на его вычисление, используя изображения куба, правильной пирамиды, правильного тетраэдра, параллелепипеда, сопровождая каждый шаг построения и вычисления корректной аргументацией;
- построить изображение правильного шестиугольника в параллельной проекции;
- нарисовать параллельную проекцию равнобедренной трапеции и ее ось симметрии;
- построить изображение центра окружности, описанной около правильного треугольника - оригинала.

Плоскости в пространстве (17 ч)

Параллельные плоскости

Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве. Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- при выяснении вопроса о том, параллельны ли две плоскости, используются признаки параллельности;
- если каждая из двух пересекающихся прямых одной плоскости параллельна другой плоскости, то данные плоскости параллельны;
- если каждая из двух пересекающихся прямых одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то данные плоскости параллельны;
- прямые, по которым две параллельные плоскости пересечены третьей, параллельны;

- если прямая пересекает одну из параллельных плоскостей, то она пересекает и другую;
- если плоскость пересекает одну из параллельных плоскостей. То она пересекает и другую плоскость;
- две плоскости, параллельные третьей плоскости. параллельны;
- при построении сечений многогранников можно и нужно пользоваться признаками и свойствами параллельных плоскостей: если секущая плоскость пересекает каждую из двух параллельных граней многогранника, то отрезки. По которым секущая плоскость пересекает эти грани, являются параллельными сторонами многоугольника – сечения;
- отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны;

уметь:

- доказывать свойства параллельных плоскостей и их признаки;
- используя изображения многогранников и корректно аргументируя возникающие утверждения, решать задачи:
 - а) на признак параллельности двух плоскостей;
 - б) на параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
 - в) на доказательство, построение сечений многогранников и вычисление их периметров, площадей.

Угол между двумя плоскостями

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями.

Перпендикулярные плоскости

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой. Перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определение:
 - а) двугранного угла;
 - б) перпендикулярных плоскостей;
- двугранный угол может быть острым, прямым и тупым;
- если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны;
- если в плоскости есть хоть одна прямая, перпендикулярная другой плоскости, то эти плоскости взаимно перпендикулярны;
- для исследования, перпендикулярны ли две плоскости, применяется не определение, а признак перпендикулярности плоскостей;
- если плоскость перпендикулярна прямой, по которой пересекаются две другие плоскости, то эта плоскость перпендикулярна каждой из данных плоскостей;
- если прямая лежит в одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и перпендикулярна линии их пересечения, то она перпендикулярна и другой плоскости;
- если прямая, проведенная через точку одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей, перпендикулярна другой плоскости, то она лежит в первой из них;
- если прямая, проведенная через точку одной из двух пересекающихся плоскостей, перпендикулярна другой плоскости и не лежит в первой, то данные плоскости не перпендикулярны;
- если две плоскости перпендикулярны третьей плоскости, пересекаются, то прямая их пересечения перпендикулярна третьей плоскости;
- площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость равна площади проектируемого многоугольника, умноженной на косинус угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекции;
- с помощью этой теоремы решаются задачи на нахождение: площади сечения и площади основания многогранника; угла при ребре основания пирамиды; угла между плоскостью сечения и плоскостью основания многогранника;
- расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию между параллельными плоскостями, проходящими через эти прямые;
- для нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми вовсе не обязательно строить их общий перпендикуляр, а можно поступить иначе. Если a и

b – данные скрещивающиеся прямые, то бывает достаточно применить один из следующих методов:

а) провести (или «увидеть» уже построенные) через a и b параллельные плоскости, тогда расстояние от любой точки одной из этих плоскостей до другой равно расстоянию между прямыми a и b ;

б) провести (или «увидеть» уже проведенную), например, через прямую a , плоскость α , параллельную прямой b , тогда расстояние от любой точки прямой b до плоскости α равно расстоянию между прямыми a и b ;

в) провести плоскость α , перпендикулярную прямой a и пересекающей ее в некоторой точке A , затем построить прямую c – ортогональную проекцию прямой b на эту плоскость, тогда расстояние от точки A до c равно расстоянию между прямыми a и b ;

уметь:

- доказывать:
 - а) признаки перпендикулярности двух плоскостей и свойства перпендикулярных плоскостей;
 - б) теорему о площади ортогональной проекции многоугольника;
- «видеть» правильно изображать («показывать на рисунке») и вычислять линейные углы двугранных углов в данном многограннике: кубе, правильных или специальных пирамидах;
- решать задачи нахождение: величины двугранного угла; расстояния от точки, расположенной внутри двугранного угла, до его граней или его ребра;
- решать задачи на признак и свойства перпендикулярных плоскостей, используя изображение правильного тетраэдра, правильной пирамиды, куба, аргументированно обосновывая каждый шаг построения и вычисления;
- используя куб, правильные пирамиды с помощью теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника находить:
 - а) площадь основания многогранника;
 - б) площадь сечения многогранника;
 - в) величину двугранного угла при ребре многогранника;
 - г) величину угла между плоскостями основания и сечения многогранника;
- находить углы и расстояние между скрещивающимися прямыми, используя изображения правильного тетраэдра, куба; решать одну и ту же задачу различными методами, аргументированно обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

Расстояния в пространстве (12ч)

Расстояние между точкой и фигурой

Расстояние между двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Расстояние между точкой и плоскостью. Расстояние между точкой и сферой. Приемы нахождения расстояний от точки до фигуры в пространстве.

Расстояние между двумя фигурами

Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя параллельными плоскостями. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве.

Геометрические места точек в пространстве

Сфера. Цилиндрическая поверхность. Параллельные плоскости. Плоскость серединных перпендикуляров данного отрезка. Биссектор двугранного угла. Прямая центров всех сфер, проходящих через три неколлинеарные точки. Центр сферы, описанной около тетраэдра. Луч центров всех сфер, вписанных в трехгранный угол.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определение расстояния: от точки до прямой и до плоскости; между двумя параллельными плоскостями; между двумя скрещивающимися прямыми;
- основные геометрические места точек в пространстве;
- расстояние от точки M до сферы с центром O равно длине отрезка MK , где K - точка пересечения луча OM с данной сферой;
- если прямая лежит в плоскости или пересекает ее, то расстояние между этой прямой и плоскостью равно нулю;
- если прямая параллельна плоскости, то расстояние между ними равно длине отрезка перпендикуляра, опущенного из любой точки данной прямой на данную плоскость;

- расстояние между двумя параллельными плоскостями равно длине отрезка перпендикуляра, опущенного из любой точки одной из плоскостей на другую;
- если две прямые a и b параллельны и лежат в параллельных плоскостях соответственно α и β , расстояние между которыми равно h . То возможны случаи:
 - 1) перпендикуляр, опущенный из любой точки прямой a на плоскость β , пересекает прямую b , тогда расстояние между прямыми a и b равно h ;
 - 2) перпендикуляр, опущенный из любой точки прямой a на плоскость β , пересекает β в некоторой точке K , удаленной от прямой b на расстояние m , тогда расстояние между прямыми a и b равно $\sqrt{h^2 + m^2}$;
- методы нахождения расстояния между двумя скрещивающимися прямыми, которые рассмотрены в предыдущем разделе;

уметь:

- «видеть в пространстве» расстояние от точки до плоскости;
- грамотно выполнять аргументированные рисунки, верно изображая на рисунке перпендикуляр из точки на прямую или на плоскость;
- находить различные расстояния в пространстве, используя многогранники и многоугольники, расположенные в пространстве;
- корректно аргументировать каждый шаг построения изображения, доказательной и вычислительной частей решения задачи;
- находить расстояние между скрещивающимися прямыми ранее указанными тремя способами;
- решать стереометрические задачи на нахождение наименьшего (наибольшего) значений площади, объема геометрической фигуры, величина которых зависит от расстояния между скрещивающимися прямыми этих фигур, аргументированно обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

Векторный метод в пространстве (10 ч)

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору. Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами и их свойства. Компланарность трех векторов. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве. Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным

произведением векторов. Признаки перпендикулярности двух векторов. Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определение вектора;
- свойства линейных операций над векторами;
- определение скалярного произведения двух векторов и его свойства;
- признаки:
 - а) параллельности и перпендикулярности двух ненулевых векторов;
 - б) компланарности трех ненулевых векторов;
- чтобы векторным методом найти:
 - а) длину отрезка, в качестве базисных выбирают такие векторы, длины которых и углы между которыми уже известны;
 - б) величину угла, в качестве базисных выбирают векторы с известными отношениями их длин и известными углами между ними;
- для доказательства:
 - а) перпендикулярности прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей удобно пользоваться признаком перпендикулярности двух ненулевых векторов;
 - б) параллельности трех прямых некоторой одной плоскости, достаточно на каждой из этих прямых выбрать вектор и, используя признак компланарности трех векторов, доказать, что выбранные векторы компланарны;

уметь:

- грамотно (безошибочно) выполнять алгебраические операции над векторами;
- производить разложение вектора в данном базисе;
- переводить условие геометрической задачи в векторную терминологию и символику (на «векторный язык»), затем грамотно (безошибочно) выполнять соответствующие алгебраические операции над векторами и, наконец, полученный в векторной форме результат верно переводить «обратно», на «язык чисто геометрический»;
- доказывать векторным методом: параллельность трех прямых некоторой одной плоскости; перпендикулярность прямых и плоскостей;
- на изображениях куба, пирамиды параллелепипеда векторным методом определять взаимное расположение точек, прямых и плоскостей, а также находить расстояние,

углы, площади геометрических фигур, аргументированно обосновывая каждый шаг решения задачи.

Координатный метод в пространстве (10 ч)

Ортонормированный базис в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах. Условие коллинеарности двух векторов в координатах.

Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. Проекция вектора на ось в координатах. Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах, координаты точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравенства, задающие множество точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенства шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрация. Уравнение плоскости в отрезках. Угол между двумя плоскостями в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах. Уравнение прямой по точке и направляющему вектору. Каноническое и параметрическое уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая, как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен **знать/понимать:**

- в координатной форме:
 - а) выражение скалярного произведения и условие перпендикулярности двух векторов;
 - б) условие коллинеарности двух векторов, условие компланарности трех векторов;
 - в) формулу расстояния между двумя точками, деления отрезка в данном отношении;
 - г) формулу вычисления длины вектора и угла между двумя векторами;

- различные уравнения плоскости, сферы, прямой (для составления уравнения сферы достаточно знать координаты ее центра и радиус; для составления общего уравнения плоскости достаточно знать координаты любой ее точки и координаты любого вектора, перпендикулярного этой плоскости); уравнения координатных плоскостей и координатных осей;
- формулу вычисления угла между: двумя плоскостями; двумя прямыми; прямой и плоскостью; условия их параллельности и перпендикулярности;
- формулу для вычисления расстояния от данной точки до данной плоскости;

уметь:

- в координатной форме:
 - а) находить длину вектора, расстояние между двумя точками и координаты точки, делящей данный отрезок в данном отношении;
 - б) вычислять скалярное произведение двух векторов и определять, перпендикулярны ли они; находить величину угла между двумя векторами;
 - в) определять, коллинеарны (компланарны) ли данные векторы;
- составлять уравнения: плоскости, сферы, прямой;
- по уравнениям прямых (плоскостей) видеть соответственно их направляющие векторы (векторы нормалей) и находить величину угла между: двумя плоскостями; двумя прямыми; прямой и плоскостью; определять параллельны (перпендикулярны) ли они;
- вычислять расстояние: от данной точки до данной плоскости (прямой); между параллельными плоскостями; между параллельными прямой и плоскостью;
- находить точку пересечения прямой и плоскости;
- с помощью уравнений прямых и плоскостей решать аффинные и метрические задачи стереометрии, используя в качестве объектов изучения куб, прямоугольный параллелепипед, правильный тетраэдр, правильную пирамиду, сферу, шар.

11 класс

Преобразование пространства (11 ч)

Отображение пространства. Определение преобразования пространства. Тожественное преобразование. Центральная симметрия пространства: определение, запись в координатах. Обратное преобразование. Композиция преобразований. Движения пространства: определение движения; композиция движений. Общие свойства движений. Движения первого и второго рода в пространстве. О равенстве фигур в пространстве. Свойства центральной симметрии пространства. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости центральной симметрии. Центральная симметрия пространства – движение второго рода. Централно симметричные фигуры. Симметрия относительно плоскости («зеркальная симметрия»): определение, запись в координатах. Свойства симметрии относительно плоскости. Симметрия относительно плоскости – движение второго рода.. Неподвижные точки, прямые плоскости зеркальной симметрии. Фигуры, симметричные относительно плоскости.

Параллельный перенос: определение, запись в координатах. Свойства параллельного переноса. Параллельный перенос – движение первого рода. Неподвижные точки, прямые, плоскости параллельного переноса.

Скользящая симметрия – движение второго рода. Поворот вокруг оси. Свойства осевой симметрии и поворота вокруг оси. Осевая симметрия - движение первого рода. Зеркальный поворот – движение второго рода. Винтовое движение – движение первого рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости скользящей симметрии, осевой симметрии, зеркального поворота, винтового движения.

Взаимосвязь различных движений в пространстве. Композиции двух зеркальных симметрий относительно параллельных и пересекающихся плоскостей. Семь различных видов движений пространства. Гомотетия пространства. Формулы гомотетии пространства в координатах и ее свойства. Определение подобия пространства; разложение подобия в композицию гомотетии и движения. О подобии фигур в пространстве.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определения: отображения и преобразования пространства; композиции преобразований; преобразования, обратного данному преобразованию;
- определение движения пространства и его видов: центральной и осевой симметрии, симметрии относительно плоскости, вращения вокруг оси, параллельного

переноса, скользящей симметрии, винтового движения, зеркального поворота, гомотетии и подобия; изучить свойства этих преобразований, их различные композиции;

- любое геометрическое преобразование взаимно-однозначно отображает любую фигуру на ее образ, а пересечение любых двух фигур – на пересечение их образов при этом преобразовании;
- определение неподвижной фигуры при данном преобразовании;
- определение равенства двух преобразований;
- композиция двух преобразований, вообще говоря, не обладает свойством коммутативности (переместительности);
- при движении пространства любая фигура отображается на равную ей фигуру;
- ориентация любого тетраэдра или остается неизменной при данном движении (движении первого рода), или ориентацию любого тетраэдра это движение меняет (движение второго рода);
- определение равенства фигур на основе движений;
- определение фигуры, симметричной относительно точки, прямой, плоскости;
- всякое движение можно разложить в композицию не более четырех зеркальных отражений;
- определение гомотетии и подобия пространства, изучить их свойства;
- при подобном преобразовании пространства: сохраняется величина угла; параллельные (перпендикулярные) прямые и плоскости отображаются на параллельные (перпендикулярные) прямые и плоскости; инвариантной является форма фигуры;
- подобие можно разложить в композицию движения и гомотетии с некоторым центром и таким же коэффициентом;
- определение подобных фигур на основе преобразования подобия;
- координатное выражение (формулы) геометрических преобразований пространства;

уметь:

- строить образы фигур при каждом преобразовании пространства конструктивно, и пользуясь координатными формулами этих преобразований;
- видеть и корректно обосновывать существование:
 - а) неподвижной фигуры при каждом преобразовании пространства;
 - б) центра (плоскости, оси) симметрии данной геометрической фигуры;

- в) движений, при которых данная фигура отображается на себя (само совмещается);
- применять геометрические преобразования при решении стереометрических задач на доказательство, построение и вычисление, аргументированно обосновывая каждый шаг решения.

Многогранники (37 ч)

Определение многогранника и его элементов

Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура. Пространственная область. Геометрическое тело, его внутренность и поверхность. Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах. Эйлера характеристика многогранника. Теорема Декарта-Эйлера для выпуклого многогранника (без доказательства). Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. О понятии объема тела. Свойства объемов тел. Равновеликие и равноставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определение выпуклой и связной геометрической фигуры; внутренней и граничной точек геометрической фигуры, ее внутренности и границы; связной и ограниченной геометрической фигуры; геометрического тела и его поверхности; многогранника, выпуклого многогранника и его элементов;
- теорему Декарта – Эйлера для выпуклых многогранников;

уметь:

- в параллельной проекции строить:
 - а) изображение куба, прямого и наклонного параллелепипедов, правильной пирамиды;
 - б) изображение прямых и плоскостей, параллельных и перпендикулярных ребрам, граням данного многогранника;
 - в) сечение многогранников;
 - г) на изображении многогранника выделять его невидимые элементы штриховыми линиями;
 - д) определять («видеть») и вычислять углы между его ребрами и гранями, линейные углы двугранных углов между его гранями;
- строить развертки многогранников;
- пользоваться теоремой Декарта – Эйлера.

Призма и параллелепипед

Определение призмы и ее элементов. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхность призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объемов прямой и наклонной призм. Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Куб. Объем параллелепипеда. Построение плоских сечений призмы и параллелепипеда различными методами.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определения:
 - а) призмы и ее элементов; прямой, наклонной, правильной призмы и их свойства;
 - б) перпендикулярное сечение призматической поверхности (призматического тела);
 - в) параллелепипеда (наклонного, прямого, прямоугольного), куба;
- различие между призмой и призматическим телом;
- свойства диагоналей параллелепипеда;
- если прямой параллелепипед не прямоугольный, то его сечение плоскостью, проходящей через противоположные стороны оснований, является параллелограмм, но не прямоугольник;
- формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей; объема призмы;
- любое сечение призмы плоскостью, параллельной ее основанию, делит данную призму на две призмы так, что ее отношение боковых поверхностей и отношение объемов этих призм равно отношению длин их боковых ребер;
- любое сечение призмы плоскостью параллельной ее боковому ребру, делит данную призму на две призмы так, что отношение объемов этих призм равно отношению площадей оснований;
- объем параллелепипеда можно находить тремя способами, принимая за основание этого параллелепипеда любую его грань, а за высоту – расстояние между этой гранью и гранью, ей параллельной;
- любая плоскость, проходящая через середину диагонали параллелепипеда, делит этот параллелепипед на два равновеликих многогранника;

уметь:

- строить «просторные и красивые» изображения прямой и наклонной призмы, прямого и наклонного параллелепипеда с последующими дополнительными построениями на этих изображениях;
- на изображении призмы и параллелепипеда:
 - а) выделять их невидимые элементы штриховыми линиями;
 - б) «видеть» углы между его ребрами и гранями, линейные углы двугранных углов между его гранями и уметь их вычислять, используя условие задачи;
- строить различными методами сечения призмы и параллелепипеда, вычислять площади этих сечений;
- решать задачи на вычисление площади боковой и полной поверхности, объема призмы и параллелепипеда, аргументированно обосновывая каждый шаг построения и вычисления.

Трехгранные и многогранные углы

Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, ребра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Трехгранный угол. Теорема о плоских углах трехгранного угла. Теорема о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трехгранного угла.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- неравенство трехгранного угла;
- сумма величин всех плоских углов выпуклого многогранного угла меньше 360° ;
- теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;
- сечение многогранного выпуклого угла плоскостью, проходящей через его внутреннюю точку и пересекающей все его ребра, является выпуклый многоугольник;
- множество всех точек пространства, лежащих внутри трехгранного угла и равноудаленных от его граней, есть луч прямой пересечения биссекторных плоскостей двугранных углов этого трехгранного угла;

уметь:

- находить расстояние от вершины угла до точки, расположенной внутри угла и равноудаленной на данное расстояние от его: а) граней; б) ребер, аргументированно обосновывая каждый шаг построения и вычисления;
- находить величину угла:

- а) который образует с плоскостью грани трехгранного угла луч с началом в его вершине, лежащий внутри этого угла и составляющий со всеми его гранями равные углы;
- б) который образует с углом многогранного угла луч с началом в вершине угла, лежащий внутри этого угла, и составляющий со всеми его ребрами равные углы.

Пирамида

Определение пирамиды и ее элементов. Некоторые частные виды пирамид. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды. Правильная пирамида и ее свойства. Апофема правильной пирамиды. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной пирамиды. Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Объем пирамиды и формулы его вычисления. Формула вычисления объема усеченной пирамиды. Тетраэдры. Об объеме тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр. Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания. Формула $V = \frac{1}{6} ab\rho(a; b)\sin\varphi$ вычисления объема тетраэдра, где a и b длину двух скрещивающихся ребер тетраэдра, φ -угол между прямыми, содержащими эти ребра, $\rho(a; b)$ – расстояние между этими прямыми. Отношение объемов двух тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- в школе изучаются только выпуклые многогранники, поэтому основаниями и сечениями изучаемых пирамид являются выпуклые многоугольники;
- определение пирамиды, усеченной пирамиды, правильной пирамиды и их элементов;
- формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей, объема пирамиды и усеченной пирамиды;
- свойства параллельных сечений пирамиды;
- свойства тетраэдра;

- двугранным углом при ребре пирамиды является содержащий эту пирамиду двугранный угол, образованный плоскостями тех граней, в которых расположено данное ребро;
- любая грань тетраэдра может быть принята за его основание;
- любой выпуклый многогранник, в том числе, и любую пирамиду, можно разбить на некоторое число тетраэдров;
- тетраэдр, все высоты которого пересекаются в одной точке, называется ортоцентрическим, а тетраэдр, все грани которого равные треугольники, называется равногранным; в равногранном тетраэдре сумма всех плоских углов при любой его вершине равна 180° ; правильный тетраэдр является ортоцентрическим и равногранным;
- если боковое ребро пирамиды образует равные углы с пересекающимися с ним ребрами основания, то ортогональная проекция вершины такой пирамиды на ее основание принадлежит биссектрисе угла, образованного этими ребрами основания;
- если два боковых ребра пирамиды равны между собой, то вершина такой пирамиды проектируется на серединный перпендикуляр отрезка, соединяющего основания равных боковых ребер;
- свойства правильной пирамиды: все боковые ребра равны, а все боковые грани – равные равнобедренные треугольники; все боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы, а все боковые грани – равные двугранные углы;
- признаки правильной пирамиды;
- если все двугранные углы при ребрах основания пирамиды равны φ , то $S_{\text{бок}} = \frac{S_{\text{осн}}}{\cos\varphi}$;
- объем тетраэдра PABC находится по формуле: $V_{PABC} = \frac{1}{6} h \cdot AC \cdot BP \cdot \sin\varphi$, где h и φ – соответственно расстояние и величина угла между ребрами AC, BP;
- объемы тетраэдров:
 - а) с равными основаниями относятся как длины их высот, опущенных на эти основания;
 - б) с равными высотами относятся как площади их оснований;
 - в) имеющих равные трехгранные углы, относятся как произведение длин ребер, образующих эти углы;
- если:
 - а) все боковые ребра пирамиды равны между собой, то ортогональной проекцией вершины пирамиды является центр окружности, описанной около ее основания; в

частности, если основанием такой пирамиды является прямоугольный треугольник, то ортогональной проекцией вершины этой пирамиды на ее основание служит середина гипотенузы треугольника – основания;

б) все двугранные углы пирамиды при ребрах ее основания равны между собой, то ортогональной проекцией вершины такой пирамиды на ее основание является центр окружности, вписанной в это основание;

в) ровно одна грань пирамиды перпендикулярна плоскости основания, то ортогональной проекцией вершины такой пирамиды на ее основание является основание высоты этой боковой грани;

г) две соседние боковые грани перпендикулярны плоскости ее основания, то высота такой пирамиды является общее боковое ребро данных боковых граней;

д) две не соседние боковые грани пирамиды перпендикулярны плоскости ее основания, то основание высоты пирамиды является точка пересечения прямых, содержащих стороны основания пирамиды, лежащие в этих перпендикулярных гранях;

уметь:

- верно и наглядно изображать:
 - а) правильные пирамиды;
 - б) пирамиду, все боковые ребра которой образуют равные углы с плоскостью ее основания (все боковые ребра равны между собой);
 - в) пирамиду, все двугранные углы которой при ребрах основания равны между собой;
 - г) пирамиду, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости ее основания;
 - д) пирамиду, две соседние (две не соседние) боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания;
- строить сечения различных видов пирамид различными методами и находить площади полученных сечений, аргументированно объясняя каждый «шаг решения»;
- находить площади боковой и полной поверхностей, объем различных видов пирамид (в том числе усеченных), корректно аргументируя каждый «шаг решения».

Правильные многогранники

Доказательство теоремы Декарта Эйлера для выпуклых многогранников. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объемов правильных многогранников. Решение задач на все виды правильных многогранников.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- доказательство теоремы Декарта – Эйлера для выпуклых многогранников;
- определение правильного многогранника;
- доказательство теоремы о существовании пяти типов правильных многогранников;
- свойства правильных многогранников;

уметь:

- верно и наглядно изображать правильные многогранники, строить их развертки и склеивать модели;
строить сечения правильных многогранников различными методами и находить площади полученных сечений аргументированно объясняя каждый «шаг решения»;
- находить площади боковой и полной поверхностей, объем различных правильных многогранников, корректно аргументируя каждый «шаг решения».

Фигуры вращения (24 ч)

Цилиндр и конус

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. Основания, образующие, ось, высота цилиндра. Цилиндрическая поверхность вращения. Сечение цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру. Развертка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра.

Конус вращения. Высота, вершина, основание, образующие, боковая и полная поверхности конуса. Сечение конуса плоскостью. Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус. Усеченный конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усеченного конуса. Вычисление объемов конуса и усеченного конуса.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- определение цилиндра и конуса вращения, их элементов: основания, высоты, оси, образующей, радиуса основания; перпендикулярного сечения; боковой и полной поверхностей;
- любое перпендикулярное сечение цилиндра (конуса) есть круг, а перпендикулярное сечение боковой поверхности цилиндра – окружность; центры этих окружностей и кругов - точки пересечения секущих плоскостей и оси цилиндра (конуса);
- осевым сечением цилиндра вращения является прямоугольник, стороны которого равны диаметру основания и образующей цилиндра; осевым сечением конуса – равнобедренный треугольник основанием которого служит диаметр основания конуса;
- формулы вычисления площади боковой и полной поверхностей, объема цилиндра и конуса;
- любая плоскость, проведенная через середину оси цилиндра, разбивает этот цилиндр на два равновеликих тела, объем каждого из которых может быть вычислен по формуле: $V = \frac{1}{2} \pi R^2 (a + b)$, где a и b длины отрезков, на которые образующая цилиндра делится секущей плоскостью;
- при решении задачи, в которой дан правильный многогранник, вписанный в конус, достаточно изобразить сечение этих фигур плоскостью, проходящей через ось конуса и диагональ основания многогранника, тогда решение данной стереометрической задачи сводится к решению задачи планиметрической;

уметь:

- выводить формулы вычисления площади боковой и полной поверхностей, объема цилиндра и конуса;
- строить изображения: цилиндра и конуса; правильных призм и пирамид, вписанных в цилиндр и конус;
- корректно аргументировать утверждения, возникающие по ходу решения задач на комбинацию многогранников с цилиндрами и конусами.

Сфера и шар

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы, шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости. Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около них.

Шаровой сегмент, его основание, высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основание и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объемов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.

В результате изучения этой темы на профильном уровне ученик должен **знать/понимать:**

- если сечение сферы диаметральной плоскостью изображено в виде эллипса, то концы диаметра сферы, перпендикулярного этой плоскости, находятся не на окружности (абрисе), «изображающей» сферу, а внутри круга этой окружности;
- плоскость, касательная к сфере, перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания;
- положение сферы и плоскости зависит от расстояния от центра сферы до этой плоскости;
- диаметр шара (сферы), делящий его хорду пополам, перпендикулярен этой хорде;
- отрезки всех касательных прямых, проведенных к шару из одной расположенной вне шара точки, равны между собой;
- определение сферы, вписанной в двугранный и многогранный угол;
- множество всех точек двугранного угла, равноудаленных от граней, есть «биссекторная» полуплоскость этого угла; в ней лежат центры всех сфер, вписанных в этот угол; множество всех точек пространства, лежащих внутри трехгранного угла и равноудаленных от его граней, есть луч прямой пересечения биссекторных полуплоскостей двугранных углов этого трехгранного угла. На этом луче лежат центры всех сфер, вписанных в трехгранный угол;
- если сфера радиуса r вписана в трехгранный угол, все плоские углы которого прямые, то для расстояния m от центра сферы до ребра трехгранного угла справедливо: $m = r\sqrt{2}$, а для расстояния d от центра этой сферы до вершины трехгранного угла выполняется $d = r\sqrt{3}$;
- определение сферы и шара, вписанных в многогранник и описанных около него;
- чтобы около многогранника можно было описать сферу (шар), необходимо, чтобы около любой его грани можно было описать окружность (круг), при этом центр описанной сферы (описанного шара) проектируется в центр описанной около любой грани окружности (описанного круга); перпендикуляр, опущенный из

центра описанной около многогранника сферы (описанного шара) на ребро многогранника, делит это ребро, как хорду сферы (шара), пополам;

- нельзя описать сферу около любой наклонной призмы; радиус сферы, вписанной в призму, равен радиусу окружности, вписанной в основание призмы;
- все высоты правильного тетраэдра проходят через центр описанной около него (вписанной в него) сферы;
- в цилиндр можно вписать сферу тогда и только тогда, когда он равносторонний;
- при решении задач на комбинацию сферы и конуса (цилиндра) использовать сечение комбинации сферы и конуса (цилиндра) диаметральной плоскостью сферы, содержащей ось конуса (цилиндра);
- при решении задач, в которых даны две, три и более попарно касающиеся сферы, удобно «привлекать на помощь» треугольник или тетраэдр с вершинами в центрах данных сфер;

уметь:

- выводить формулы для вычисления площади поверхности и объема шара, шаровых пояса, сектора, сегмента;
- векторно-координатным методом решать задачи на комбинации сферы с многогранниками;
- верно и наглядно изображать сферу в комбинации с многогранниками, цилиндром, конусом и другими сферами;
- корректно аргументировать утверждения, возникающие по ходу решения задачи на комбинацию сферы (шара) с многогранниками, цилиндром, конусом и другими сферами (шарами)

РАЗДЕЛ 3.

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН.

Рабочая программа рассматривают следующее распределение учебного материала
10 класс

№ п\п	ТЕМА	Количество часов	Контрольные работы
1	Введение в стереометрию	8	1
2	Прямые в пространстве	8	1
3	Прямая и плоскость в пространстве	27	1
4	Плоскости в пространстве	17	2
5	Расстояния в пространстве	12	1
6	Векторный метод в пространстве	10	1
7	Координатный метод в пространстве	10	1
8	Повторение	10	1
	Итого	102	9

11 класс

№ п\п	ТЕМА	Количество часов	Контрольные работы
1	Повторение. Координатный метод	10	1
2	Многогранники	37	3
3	Фигуры вращения	24	2
4	Преобразование пространства	11	1
5	Повторение	17	1
	Итого	99	8

Рассмотрена и рекомендована
к утверждению на заседании кафедры
протокол № 1
от « » августа 2019
Зав.кафедрой _____

Согласовано
Зам.директора по УВР
« » 20

И.М. Рыжова