УТВЕРЖДАЮ
Директор АНОО «Физтех-лицей»
им. П.Л. Капицы
_____ М.Г. Машкова
«21» 04 2025г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА
(демоверсия)

МАТЕМАТИКА
2024-2025 учебный год
10 класс (социально-экономический профиль)

Геометрия

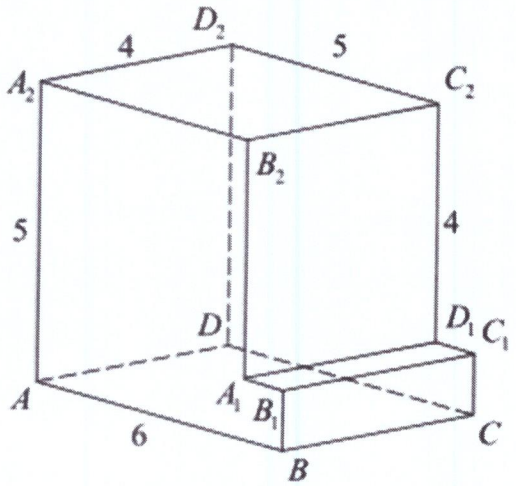
1. Два угла треугольника равны 58° и 72°. Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.

2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее всей поверхности равна 288. Найдите высоту призмы.

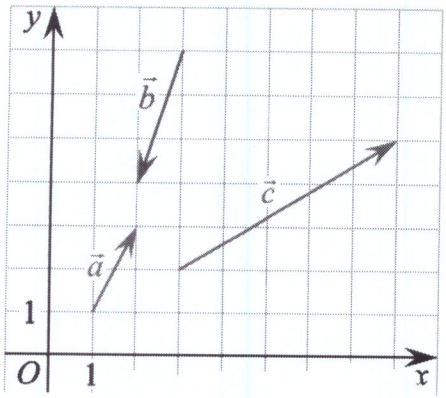
3. Отрезки AC и BD – диаметры в окружности с центром в точке O. Вписанный угол ACB равен 9°. Найдите центральный угол AOD. Ответ дайте в градусах.

4. Площадь параллелограмма ABCD равна 123. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь трапеции EBCD.

5. Найдите квадрат расстояния между вершинами A и B_1 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



6. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Найдите значение скалярного произведения $(\vec{a}+\vec{b}, \vec{c})$.



7. В основании пирамиды KLMN лежит прямоугольный треугольник LMN с катетами LN = 12 и MN = 15. Точка A – середина ребра KM. На ребре MN выбрана точка B так, что NB = 5, а ребре LN выбрана точка C так, что NC = 4. Плоскость ABC пересекает ребро LK в точке D. Расстояние от точки A до прямой BC равно $\sqrt{41}$. А) Докажите, что D – середина ребра LK. Б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью ABC.

8. Точки D и E – середины сторон AC и BC треугольника ABC соответственно. На отрезке DE как на диаметре построена окружность, пересекающая середины сторон AC и BC в точках M и N соответственно. А) Докажите, что биссектрисы углов MEN и NDM пересекаются на этой окружности. Б) Найдите MN, если известно, что AB = 14, BC = 10, AC = 6.

9. Внутри треугольника ABC, в котором угол B равен 45°, выбрана точка Q такая, что площади треугольников ABQ, ACQ и CBQ относятся как 1:2:4 соответственно. Прямые CQ и AQ пересекают стороны AB и BC соответственно в точках K и L. Известно, что точки A, K, L и C лежат на одной окружности. А) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный. Б) Найдите квадрат расстояния от точки Q до центра вписанной в треугольник ABC окружности, если площадь треугольника ABC равна 7.

Алгебра

1. Найдите корень уравнения $\log_5(8+3x) = \log_5(7-3x) + 1$.

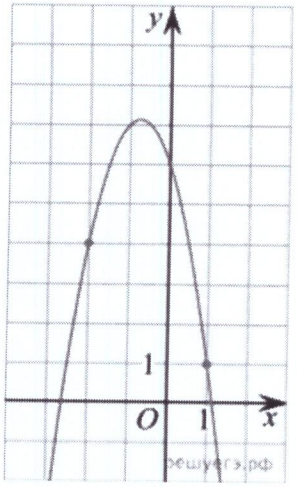
2. Найдите значение выражения $\dfrac{(8\sqrt{3})^2}{8}$.

3. Прямая $y = 5x - 8$ является касательной к графику функции $y = 4x^2 - 15x + c$. Найдите c.

4. Два тела, массой m = 6 кг каждое, движутся с одинаковой скоростью υ = 9 м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = m\upsilon^2 \sin^2\alpha$, где m — масса (в кг), υ — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 243 Дж. Ответ дайте в градусах.

5. Из A в B одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 6 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 56 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 30 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

6.



На рисунке изображён график функции $f(x) = -2x^2 + bx + c$. Найдите $f(3)$.

7. Найдите наименьшее значение функции $y = 7\sin x - 8x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

8. а) Решите уравнение $\sqrt{2\sin x + \sqrt{2}} \cdot \log_4(2\cos x) = 0.$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

9. Решите неравенство $\log_{x+4}\left(x^2 - 8x + 12\right) < \frac{1}{2}\log_{|x-2|}(2-x)^2.$

10. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство

$$3a(a-2) - (a-2)(2^{x+2}+2) \leqslant (x^2-4x) \times\times (2^{x+2}+2) - 3ax^2 + 12ax$$

имеет решения на промежутке $(1; 2]$.