

УТВЕРЖДАЮ  
Директор АНОО «Физтех-лицей»  
им. П.Л. Капицы  
М.Г. Машкова  
«11» 04 2025г.

**МАТЕМАТИКА. ГЕОМЕТРИЯ**  
2023-2024 учебный год

**8 класс (математический профиль)**

**ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ**

**Треугольники**

Смежные и вертикальные углы. Определение. Свойства.

Признаки равенства треугольников.

Свойства равнобедренного треугольника.

Признаки равнобедренного треугольника.

Признаки равенства прямоугольных треугольников.

Свойство точек серединного перпендикуляра.

Свойство точек биссектрисы .

Конкурентность серединных перпендикуляров в треугольнике. Центр описанной окружности.

Конкурентность биссектрис в треугольнике. Инцентр (центр вписанной окружности) и эксцентр (центр невписанной окружности).

**Параллельность прямых**

Признаки и свойства параллельности прямых.

Теорема о сумме углов треугольника.

Угол между биссектрисами внутренних односторонних углов при параллельных прямых.

Теорема о внешнем угле треугольника.

Угол между биссектрисами углов треугольника.

Угол между высотами треугольника.

Теорема о катете напротив угла в 30 градусов.

Теорема о медиане в прямоугольном треугольнике, опущенной из вершины прямого угла.

Сумма внутренних углов выпуклого n-угольника.

Сумма внешних углов при вершинах выпуклого n-угольника, взятых по одному при каждой вершине.

**Окружность**

Равные хорды удалены от центра окружности на равные расстояния.

Множество точек, из которых отрезок виден под прямым углом.

Теорема о касательной. Обратная ей.

Теорема об отрезках касательных, проведенных из одной точки.

Описанный четырехугольник. Вписанная окружность.

Радиус вписанной окружности в прямоугольном треугольнике.

**Геометрические неравенства**

Против большей стороны лежит больший угол.

Против большего угла большая сторона.

Неравенство треугольника.

Сумма диагоналей выпуклого четырехугольника больше суммы его двух противоположных сторон.

### **Параллелограмм.**

Свойства параллелограмма.

Признаки параллелограмма.

Ромб. Свойства и признаки.

Прямоугольник. Свойства и признаки. Квадрат.

Конкурентность высот треугольника в треугольнике. Ортоцентр.

Средняя линия треугольника.

Свойство средней линии треугольника.

Конкурентность медиан в треугольнике. Центр масс (центроид).

Теорема Варионьона.

Расстояние от вершины треугольника до точки пересечения высот вдвое больше, чем расстояние от центра описанного круга до противоположной стороны.

### **Трапеция.**

Свойство средней линии трапеции.

Теорема о пропорциональных отрезках.

Теорема Фалеса.

Равнобедренная трапеция.

Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

### **Площади.**

Теорема Пифагора. Обратная ей.

Площади фигур (треугольник, параллелограмм, трапеция, ромб).

Теорема Вивиани.

Формула Герона.

Отношение площадей треугольников с равными высотами.

Медианы разбивают треугольник на шесть равновеликих треугольников.

Отношение площадей треугольников с равным углом.

Площадь описанного многоугольника.

Площадь треугольника через радиус вписанной окружности.

Рельсы Евклида.

Равносоставленные многоугольники.

Лемма о линолеуме.

Формула Пика.

### **Подобные треугольники.**

Признаки подобия треугольников.

Отношение площадей подобных треугольников.

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.

Тригонометрические понятия.

Замечательное свойство трапеции.

Отрезок, соединяющий основания высот остроугольного треугольника, отсекает от данного треугольника подобный ему.

Ортотriangle.

Площадь треугольника, составленного из отрезков, длины которых обратны длинам высот.

Площадь треугольника, составленного из медиан.

Свойство биссектрисы треугольника.

Свойство внешней биссектрисы треугольника.

Окружность Аполлония.

Теорема о пропорциональных отрезках в треугольнике.

Теорема Менелая.

Теорема Чебы.

Теорема Ван-Обеля.

Среднее геометрическое в трапеции.

Среднее квадратичное в трапеции.

Среднее гармоническое в трапеции.

### **Вписанный угол**

Теорема о вписанном угле.

Угол между пересекающимися хордами.

Угол между пересекающимися секущими.

Задача Архимеда.

Критерий описанного четырехугольника.

Угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания.

Геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом.

Лемма Фусса.

Антипараллельные прямые. Свойства.

Лемма о трезубце.

Внешняя лемма о трезубце

Окружность девяти точек

Формула Карно

Свойства ортоцентра.

Пропорциональные отрезки в круге.

Теорема о пересекающихся хордах.

Теорема о секущих.

Теорема о квадрате касательной.

Прямая, проходящая через точки пересечения двух окружностей, делит пополам общую касательную к ним.

Теорема Птолемея.

Синус суммы и синус разности двух острых углов.

Длина биссектрисы (формула Лагранжа)

Степень точки. Радиальная ось. Радиальный центр.

Формула Эйлера.

Прямая Симсона.

### **Преобразование плоскости**

Осевая симметрия.

Центральная симметрия.

Теорема Монжа.

Параллельный перенос.

Поворот.

Теорема Наполеона.

Теорема Помпею.  
Точка Торичелли.  
Гомотетия.  
Окружность девяти точек.  
Прямая Эйлера.  
Лемма Архимеда.

## ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

1. Постройте пятиугольник по серединам его сторон.
2. В треугольнике со сторонами  $a$ ,  $b$  и  $c$  проведены биссектрисы, точки пересечения которых с противоположащими сторонами являются вершинами второго треугольника. Найдите отношение площадей этих треугольников.
3. Около остроугольного треугольника  $ABC$  описали окружность. Пусть  $X$  – середина дуги  $BC$ , не содержащей точку  $A$ . Точки  $Y$ ,  $Z$  определяются так же для дуг  $CA$  и  $AB$ . Докажите, что ортоцентр треугольника  $XYZ$  совпадает с инцентром треугольника  $ABC$ .
4. Три окружности равных радиусов проходят через точку  $M$  и попарно пересекаются в трех других точках  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Докажите, что точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на окружности того же радиуса, а  $M$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ .
5. Дан шестиугольник  $ABCDEF$ , в котором  $AB = BC$ ,  $CD = DE$ ,  $EF = FA$ , а углы  $A$  и  $C$  – прямые. Докажите, что прямые  $FD$  и  $BE$  перпендикулярны.
6. Продолжение биссектрисы угла  $A$  треугольника  $ABC$  пересекает описанную около него окружность в точке  $W$ .  $I$  – центр вписанной окружности в треугольник  $ABC$ . Докажите, что  $AI \cdot IW = 2Rr$ , где  $R$  – радиус описанной окружности, а  $r$  – радиус вписанной окружности.
7. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $H$  и  $E$  так, что  $AH = HE = EC$ , на стороне  $BC$  – точки  $P$  и  $T$  так, что  $BP = PT = TC$ . Отрезок  $BH$  пересекает отрезки  $AP$  и  $AT$  в точках  $K$  и  $D$  соответственно, а отрезок  $BE$  пересекает отрезки  $AP$  и  $AT$  в точках  $M$  и  $O$  соответственно. Найдите отношений площадей четырехугольника  $DKMO$  и треугольника  $ABC$ .
8. Во вписанном четырехугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $P$ .  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$  – основания перпендикуляров, опущенных из точки  $P$  на стороны  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$ , соответственно. Докажите, что  $KL + MN = LM + NK$ .
9. Середина каждой стороны параллелограмма соединена с концами противоположной стороны. Найдите площадь восьмиугольника, образованного пересечениями проведенных отрезков, если площадь параллелограмма равна 1.
10. Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ . Хорда  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $D$ .  $E$  – середина дуги  $BC$ , не содержащей точку  $A$ . Докажите, что точки  $A$ ,  $D$ ,  $E$  коллинеарны ( $\angle BAD = \angle CAD$ ).